



## An Investigation of Sixth-Grade Students' Mistakes in Solving Questions about the Angle Concept

Rukiye Didem TAYLAN\*, Utkun AYDIN\*\*

Received date: 06.08.2017

Accepted date: 05.12.2017

### Abstract

The aim of this research study was to investigate middle school students' mistakes in solving questions about the angle concept. This qualitative study was conducted in two different public schools in İstanbul during the 2014-2015 academic year spring semester. The participants were 6<sup>th</sup> grade students (n = 256) in two different public schools in the same district in İstanbul. Student responses to open-ended questions developed by the researchers constituted the data analyzed in this study. Student answers were analyzed by using descriptive methods and Bloom's Taxonomy as a conceptual framework. Overall analyses of student responses indicated that students had difficulties in solving questions that assessed knowledge, application, and evaluation levels. Students' performances in the question that required one-word responses to a classification were relatively high. More specifically, students demonstrated difficulties in providing definitions of angle related concepts and explanations of reasoning behind rules related to angles. Besides, it was observed that students tended to memorize rules and they failed to view geometry as a consistent system of concepts building on top of each other and provide meaningful explanations behind a given rule by using shapes.

**Keywords:** Angles, Bloom's taxonomy, middle school, student mistakes.

\* MEF University, Faculty of Education, Department of Mathematics and Science Education; [tayland@mef.edu.tr](mailto:tayland@mef.edu.tr)

\*\* MEF University, Faculty of Education, Department of Mathematics and Science Education; [aydinu@mef.edu.tr](mailto:aydinu@mef.edu.tr)

# Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Açılar Konusundaki Hatalarının İncelenmesi

Doi numarası: 10.17556/erziefd.332981

Rukiye Didem TAYLAN\*, Utkun AYDIN\*\*


Geliş tarihi: 06.08.2017


Kabul tarihi: 05.12.2017

## Öz

Bu araştırmanın amacı, ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin açılarla ilgili yaptıkları hataların incelenmesidir. Bu nitel araştırma, İstanbul'da aynı ilçeye bağlı iki ayrı devlet okulunda altıncı sınıfta öğrenim görmekte olan öğrencilerle 2014-2015 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde gerçekleştirilmiştir (n=256). Araştırmanın verileri araştırmacıların geliştirdikleri açılar konusyla ilgili açık uçlu sorulara öğrencilerin verdikleri cevaplardan oluşmaktadır. Öğrenci cevaplarının incelenmesinde, kavramsal çerçeve olarak Bloom Taksonomisi temel alınmış ve betimsel istatistik teknikleri kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin bilgi (tanımlama ve sınıflandırma), uygulama ve değerlendirme düzeyindeki değişik sorulara verdikleri cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin tüm düzeylerdeki soru tiplerinde zorluk yaşadıkları görülmüştür. Açıları ölçülerine göre sınıflandırmalarını gerektiren soruda öğrencilerin performanslarının nispeten daha yüksek olduğu görülmüştür. Öğrencilerin özellikle açılarla ilgili kavramları tanımlamada ve açılarla ilgili bir kuralı nedenleriyle açıklamada zorluk yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Bunun yanı sıra, öğrencilerin bir kuralı ezberledikleri ve geometriyi tutarlı bir sistem olarak görüp şekil üzerinden kural açıklaması yapamadıkları gözlenmiştir. Öğretmenlerin Bloom Taksonomisi'ndeki bilişsel alanların göz önünde bulundurulduğu değişik soru tipleriyle tanıştırılması ve kavramların daha derin anlaşılması için tanımların ve geometrik argümanların kendi içinde tutarlı olduğunu öğretmeleri bu çalışmanın eğitimsel önerileri arasındadır. Matematik öğretmenlerinin bu konuyla ilgili mesleki gelişim programlarına katılmaları ve eğitim materyallerinin bu doğrultuda hazırlanması da teşvik edilebilir.

**Anahtar kelimeler:** Açılar, açı türleri, Bloom taksonomisi, öğrenci hataları.

\*  MEF Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü; tayland@mef.edu.tr

\*\*  MEF Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü; aydinu@mef.edu.tr

## 1. Giriş

Geometri kendine özgü aksiyom sistemi üzerine yapılandırıldığı için öğrencilerin akıl yürütme becerilerini kullanmalarını gerektiren bir derstir. Geometrinin doğası gereği ileri seviyedeki konular temel geometrik kavramların anlaşılmasını gerektirir. Bu nedenle öğrencilerin temel geometrik kavramlar ile ilgili hatalarını anlamak hem araştırmacılar hem de öğretmenler için önemlidir. Hayatın her alanında yeri olan geometri, öğrencilerin uzamsal zekalarının gelişimi ve bu alanda neden-sonuç ilişkisi kurabilmelerinin sağlanması açısından öğretimde önemli bir yere sahiptir (Baykul, 2014). Uzamsal algısı gelişen öğrencilerin de, çevreyi tanıma ve yorumlama becerileri gelişmektedir ve bu öğrenciler matematiğin diğer alanlarında da bu becerileri kullanmaktadırlar (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Bununla birlikte, geometri konularını anlamaya odaklanan ulusal ve uluslararası araştırmalar (Bartolini, Bussi, ve Baccaglioni-Franck, 2015; Clements, Battista, ve Sarama, 1998; Owens ve Outhred, 2006; Smith, King, ve Hoyte, 2014; Ubuz ve Üstün, 2003; Yenilmez ve Korkmaz, 2013) öğrencilerin bu alanda oldukça zorlandıklarını raporlamaktadır.

Geometri öğreniminde öğrencilerin zorlandıkları temel kavramlardan biri açılarıdır (Clements ve Burns, 2000). Açı kavramı hem ulusal hem de uluslararası ortaokul matematik müfredatında geometri konuları arasında önemli yer kaplamaktadır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013; NCTM, 2000). Bu bağlamda, öğretim programları öğrencilerin liseye başlamadan önce açıları konusunda donanımlı olması gerektiğini ileri sürmektedir. Öğrenciler tam bir geometrik bilgiye sahip olmak için açı kavramını anlamalı ve açıların ölçümü ile ilgili becerilere sahip olmalıdırlar (Erbay, 2016). Açı kavramını anlamada sorun yaşayan öğrenciler diğer geometri konularını anlamakta da zorluk çekmektedir (Moore, 2013). Araştırmacılar öğrencilerin küçük yaşlardan itibaren açı kavramını somut şekillerle ilişki kurarak öğrenebileceğini savunmuş, açıların soyutlanması ve ölçülmesine ise sonraki aşamalarda geçilmesini tavsiye etmişlerdir (Clements ve Sarama, 2009).

Açı kavramı, öğrenciler için genel olarak soyut olarak kabul edilen bir kavramdır (White ve Mitchelmore, 2010). Öğrencilerin alışlagelmiş şekillerle karşılaşmadıkları durumlarda açıları sınıflandırmakta veya bir şeklin açı belirtip belirtmediğine karar vermekte zorlandıkları gözlenmiştir. Örneğin, açının yön değiştirmesi ve konumunun farklı verilmesi durumlarında öğrenciler açıları sınıflandırmada zorlanmışlardır (Clements ve Battista, 1992; Yılmaz ve Nasibov, 2012). Öğrencilerin yaşadığı bu zorluklar eğitimin ezber dayalı olmasıyla ilişkilendirilmiştir (Yılmaz ve Nasibov, 2012). Bu nedenle, öğrencilerin açıları öğrenirken değişik şekilleri anlamlandırabilecek yeterlikte olmaları beklenmektedir. Öğrencilerin açıları anlamada karşılaştıkları diğer zorluklar ise açıların ölçümü ve açıları üzerinde işlem yapmak (Clements ve Burns, 2000; Smith vd., 2014) ile açıları ilgili soyutlama ve genelleme yapabilmektir (White ve Mitchelmore, 2010). Öğretim sürecinde ancak kavramlar ayrıntılı olarak tanıtılırsa ve teoremler ispatlarıyla işlenirse kalıcı ve anlamlı öğrenme gerçekleşebilecektir (Hiebert ve Grouws, 2007). Temel geometrik kavramların derslerde anlamlı şekilde ele alınmaması öğrencilerin bu kavramları derinlemesine öğrenmelerine engel olabilmektedir (Dane ve Başkurt, 2012; Yenilmez ve Yaşa, 2008; Yılmaz ve Nasibov, 2012). Ülkemizde yapılan çalışmalar geometride temel kavramların tanım ve özelliklerini anlamada hem öğrencilerde hem de öğretmen adaylarında önemli eksiklikler olduğunu altını çizmektedir (Dane, Gökmen, Duygun, ve Vural, 2016; Doyuran, 2014; Tuluk, 2014).

Ülkemizde açılar kavramı ilkokul birinci sınıftan itibaren öğretilmektedir. Öğrencilerin erken yaşlarda açı kavramını tanımları, büyüklüklerine ve görünüşlerine göre açılarını sınıflandırabilmeleri, açının köşe ve kenarlarını ayırt edebilmeleri beklenmektedir. Ortaokulda ise, daha çok tümler ve bütünler açılarla ilgili hesaplamalar ve açılarının ölçümü üzerinde durulmaktadır. Öğrencilerin bu düzeyde açılarla ilgili hem kavramsal (açıların tanımlanması, sınıflandırılması ve soyut olarak algılanması) hem de yöntemsel düzeyde (açılarla ilgili işlemlerin yapılması) becerileri olması beklenmektedir. Amerika Birleşik Devletleri'nde Common Core State Standards (National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010) adı altında verilen geometri kazanımlarında ise, altıncı sınıfta alan ve hacim bulma ile ilgili problem çözme becerileri, yedinci ve sekizinci sınıflarda da açılarının ve geometrik şekillerin çizimi ve ölçümü, sınıflandırılması ve açılarla ilgili problem çözme becerilerine odaklanılmıştır. Benzer şekilde, ülkemizde matematik ders kitaplarının incelenmesi üzerine yapılan çalışmalarda ders kitaplarında genel olarak yapılandırmacı ve öğrencinin aktif rol alabileceği problemlerin ve etkinliklerin tasarlandığı gözlenmiş olsa da kitapların ne şekilde öğretildiği ve öğrencilerin konuları ne kadar anlayarak öğrendikleri önemli bir tartışma konusudur (İncikabı, 2011a ve 2011b). Ülkemiz ortaokul matematik dersi öğretim programında (Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB], 2013) öğrencilerin bilmesi gereken terimler komşu açı, tümler açı, bütünler açı, ters açı ve dikme olarak verilmiştir. Genel olarak incelendiğinde konuyla ilgili kazanımların kavramsal beceriler yerine yöntemsel becerilere odaklandığı gözlenmektedir (ör., Komşu, tümler, bütünler ve ters açılarının özelliklerini keşfeder ve problemleri çözer). Kazanımlardaki bu farklılık öğretimi ve dolayısıyla öğrenci kavramlaştırma potansiyeline sahiptir.

Araştırmalarda açılar konusunun değişik ve karmaşık tanımlamalar içermesi öğrencilerin yaşadığı zorlukların en önemli nedenlerinden biri olarak gösterilmiştir (ör., Casas-García ve Luengo-González, 2013; Henderson ve Kieran, 2005). Örneğin; açılar iki ışının ortak bir noktada birleşerek oluşturduğu geometrik bir şekil, aynı zamanda iki ışının arasındaki ölçü, diğer taraftan ise bir dönüşün dinamik şekilde ifade edilmesi olarak değişik şekillerde tanımlanabilir (Henderson ve Kieran, 2005). Çok yönlü bir kavram olması nedeniyle, öğrencilerin açılarını hem kavramsal hem de işlemsel düzeyde deneyimlemelerine fırsat verilmeli ve öğrencilerin açılarını değişik yönleriyle kavraması için zaman tanınmalıdır (Casas-García ve Luengo-González, 2013). Tam öğrenmenin gerçekleşmesi için öğretmenlerin değişik soruların bilişsel düzeyleri hakkında fikir sahibi olmaları ve aynı zamanda öğretim ve değerlendirmede tek tip sorulardan kaçınmaları gerekmektedir.

Soruların sınıflandırmasında en çok kullanılan kavramsal çerçevelerden biri Bloom Taksonomisi (1956) olarak bilinen bilişsel gelişim düzeyi sınıflandırmasıdır. Bloom Taksonomisi'nde alt düzey bilişsel seviyedeki beceriler *bilgi, kavrama ve uygulama* iken, üst düzey seviyedeki beceriler *analiz, sentez ve değerlendirme* olarak belirlenmiştir (Krathwohl, 2002; Ralph, 1999). *Bilgi* düzeyi soruları genelde hatırlama ve ezber becerileri, kavrama soruları karşılaştırma, tahmin yürütme becerileri, *uygulama* soruları ise bilgi ve kavramaya dayanarak yeni bir sorunun çözülmesi becerilerini ölçer. Üst düzey becerilerden *analiz, sentez ve değerlendirme* ise durum değerlendirmesi yaparak kavramla ilgili değişik öğeler arasındaki ilişkilerin incelenmesini ve genelde yeni bir yargıya varma becerisini gerektirir. Yenilenmiş Bloom Taksonomisi'nde (Anderson vd., 2001) alt düzey bilişsel seviyedeki beceriler *bilgi, kavrama ve uygulama hatırlama, anlama, uygulama* fiilleriyle değiştirilmiş, üst düzey seviyedeki beceriler *analiz, sentez ve*

*değerlendirme* ise *analiz etme, değerlendirme, yaratma* şeklinde revize edilmiştir. Özet olarak hiyerarşide en alt basamaktaki beceriler hatırlama ve anlama, en yüksekteki beceriler ise değerlendirme ve yaratmadır (Krathwohl, 2002). Ülkemizde ortaokul düzeyindeki seviye belirleme sınavlarında matematik sorularının genel olarak alt düzey bilişsel becerileri ölçmeye yönelik olduğu ortaya konulmuştur (Güler, Özdemir ve Dikici, 2012).

Alan yazında özellikle uluslararası araştırmalarda öğrencilerin açılarla ilgili performanslarını konu alan çalışmalara sık rastlanmakla birlikte, ulusal bağlamda açılarla ilgili kavram haritası çalışmaları (Bütüner ve Gür, 2008), test ile başarıyı ölçen çalışmalar (Fidan ve Türnüklü, 2010; Yenilmez & Yaşa, 2008), derslerde yapılan uygulama sonucunda öğrenci başarısının artması (Göksu & Köksal, 2016) dışında açık uçlu soruların geniş gruptaki öğrencilere verilmesi üzerine fazla sayıda çalışma bulunmamaktadır. Dolayısıyla, bu araştırmada altıncı sınıf öğrencilerinin matematik müfredatında açılarla ilgili verilen kazanımlar konusundaki hatalarının araştırılması, varsa bu konudaki genel hatalarının (Tan-Şişman ve Aksu, 2016) belirlenmesi amaçlanmıştır. Yapılacak olan bu araştırma açılarla ilgili açık uçlu sorular içermesi ve ortaokul altıncı sınıf öğrenci cevaplarının özel olarak ülkemiz bağlamında ele alması bakımından önem taşımaktadır. Ayrıca, bu araştırmanın açık uçlu sorulara verilecek cevaplarla ilgili olması, öğrenci cevaplarının Bloom Taksonomisi'ne (1956) göre incelenip yorumlanması yönlerinden alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu kapsamda, değişik düzeydeki (örn., bilgi, uygulama, ve değerlendirme) sorulara verilen öğrenci cevapları arasındaki örüntülerin tasvir edilmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Bu çalışmanın araştırma soruları: (1) Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin bilgi, uygulama ve değerlendirme düzeyinde açılar sorularıyla ilgili hataları nelerdir? ve (2) Bu hatalar arasındaki örüntüler nelerdir?".

## 2. Yöntem

### 2.1. Araştırmanın Modeli/Deseni

Bu araştırmada, nitel araştırma yöntemi kullanılarak açılarla ilgili açık uçlu sorulara yer verilmiştir. Öğrencilerin değişik bilgi seviyelerindeki sorulara verdikleri cevaplarda hataları incelenmiştir. Hataların frekanslarının hesaplanmasının yanı sıra bu hataların olası nedenleri ve soruların yapısına bağlı öğrenci performansları üzerinde çıkarımlar yapıldığı için de nitel yöntem tercih edilmiştir. Nitel çalışmalarda toplanan verilerin kavramsallaştırılmaları ve bu kavramların mantıklı bir şekilde düzenlenmesi ve temaların oluşturulması önerilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

### 2.2. Araştırmaya Katılan Öğrenci Grubu ve Veri Toplama Araçları

Çalışmanın katılımcıları, İstanbul ili Sarıyer ilçesine bağlı iki ayrı devlet ortaokulunda okuyan altıncı sınıf öğrencileridir. Buna göre, bu araştırmaya söz konusu okulda öğrenim görmekte olan toplam 256 öğrenci dahil edilmiştir. Öğrencilerin açılarla ilgili bilgilerini ölçmeye yönelik açık uçlu sorulardan oluşan bir *Açı Değerlendirme Formu* araştırmacılar tarafından geliştirilmiş ve ortaokul matematik öğretmenleri, ölçme değerlendirme uzmanı ve matematik eğitimcilerinden oluşan uzman görüşleri alınarak geçerliliği sağlanmıştır. Soruların hazırlanması sürecinde, hem literatürde açılarla ilgili çalışmalar (Mitchelmore, 1997), hem de ortaokul matematik dersi öğretim programı (MEB, 2013) ve geçmiş seviye belirleme sınavlarında (TTKB, 2013) açılarla ilgili kazanımlar ve sorular kaynak olarak kullanılmıştır. Açı Değerlendirme Formu'nda kullanılan sorular takip eden bölümde verilmiştir. Formun tamamı istek üzerine paylaşılabacaktır.

Açı Değerlendirme Formu'nun orijinali toplam 18 sorudan oluşmaktadır. Öğrencilerin benzer kavramları farklı bilgi düzeylerinde ölçen sorulardaki düşünce biçimlerindeki farklılıklar nedeniyle toplam dört soru detaylı analiz için seçilmiştir (Şekil 1a): Açıların Tanımlanması (1a), Açıların Sınıflandırılması (1b), Açı Uygulama Sorusu (1c), ve Değerlendirme (Ters Açılar) (1d) soruları.

**1a. Açı Tanımlama Sorusu**

Aşağıdaki kavramları tanımlayınız.

- Komşu açılar:
- Bütünler açılar:
- Tümler açılar:
- Komşu bütünler açılar:
- Komşu tümler açılar:
- Ters açı:

**1b. Açıların Sınıflandırılması Sorusu**

Tabloda ölçüleri verilen açıların çeşidini (dik, dar, geniş vb.) belirterek tümler ve bütünler açılarını yazınız.

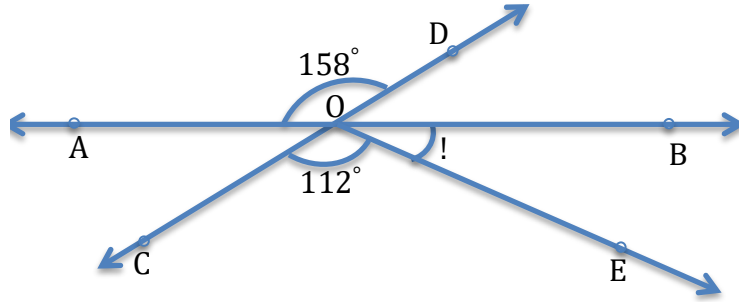
Açının Ölçüsü	Açının Çeşidi	Tümler Açısının Ölçüsü	Bütünler Açısının Ölçüsü
75°			
1°			
14°			
0°			

**1c. Açı Uygulama Sorusu**

Aşağıda verilen şekilde  $AB$  ve  $CD$  birbirini

$O$  noktasında kesen doğrulardır.

$s(\overline{DOA}) = 158^\circ$  ve  $s(\overline{COE}) = 112^\circ$  olduğuna göre  $s(\overline{BOE}) = x$  açısı kaç derecedir?



**1d. Ters Açı Değerlendirme Sorusu**

Ters açılarının ölçüleri birbirine eşit midir? Cevabınızı şekil çizerek açıklayınız.

**Şekil 1. Açı Değerlendirme Formu'ndan Analiz Edilen Sorular**

Açı Çeşitlerini Tanımlama sorusu, öğrencilerin açılarla ilgili bilgi düzeyini ölçmeye yönelik olarak hazırlanmış olan bir sorudur. Bu soru ile öğrencilerin açılarla ilgili temel kavramları ve çeşitleri (komşu açı, ters açı, tümler açı, bütünler açı, komşu tümler ve komşu bütünler açı) tanımlayabilme becerileri ölçülmektedir. Açılarının Sınıflandırılması sorusu, benzer şekilde öğrencilerin açılarla ilgili temel bilgilerini ölçmek üzere tasarlanmıştır ve daha çok yöntemsal anlamayı önemser nitelikte olup kavramsal anlamayı çok gerektirmemektedir. Öğrencilerden 75, 1, 14 ve 0 derece olarak verilen açı ölçülerinin sınıflandırılması ve tümler ve bütünler açılarının bulunması

istenmiştir. Tümler Açılar Uygulama sorusu ise, tümler açılarının tanımını bilecek şekilde tümler olan açılar ayırt edip dört işlem yapmayı gerektiren bir sorudur. Bu soru bilginin uygulanışına yönelik bir sorudur. Ters açılar sorusunda da, öğrencilerden ters açılarının ölçülerinin eşit olduklarını bilmenin yanı sıra cevaplarını şekille de açıklamaları beklenmiştir. Bu soru yalnızca bilgi ve hatırlamayı değil, aynı zamanda ters açı kavramıyla ilgili kavramsal anlamayı da ölçen bir soru olması bakımından diğer sorulardan daha ayırt edici nitelikte bir sorudur.

### 2.3. Verilerin Toplanması

Araştırmanın verileri, 2014-2015 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde toplanmıştır. Bu kapsamda, okullar öncelikle araştırmacıların kolay ulaşabileceği çalışma protokolüne de izin veren okullar arasından seçilmiştir ve İstanbul ilinin Sarıyer ilçesinde bulunan iki ortaokul araştırmaya alınmıştır. Bu okulların her ikisinde de, öğrenciler sosyo-ekonomik düzey (düşükten ortaya doğru) ve akademik başarıları (düşükten ortaya doğru) açısından genel olarak homojen bir yapı sergilemektedir. Bu şekildeki yapı bulgularının kendi içinde yorumlanmasına izin vermektedir. Uygulama okullarda okul yönetimi tarafından belirlenen öğrencilerin uygun olduğu zamanlarda yapılmış ve bu süreçte sınıfta sadece araştırmacılar bulunmuştur. Öğrencilerin kendilerine yöneltilen soruları cevaplamaları yaklaşık bir ders saati (40 dk.) sürmüştür.

### 2.4. Verilerin Analizi

Öğrencilerin açılar konusu ile ilgili hatalarını ortaya çıkarmak için verilen formdaki öğrenci hataları betimsel analiz tekniğiyle analiz edilmiştir. Analizde sınıflandırmalar önceden belirlendiği için betimsel analiz yöntemi benimsenmiştir (Yıldırım & Şimşek, 2006). Soruların analizinde Bloom (1956) tarafından oluşturulan çerçeve dikkate alınmıştır. Bu kapsamda, değişik bilişsel seviyedeki soruların çözümleri incelenmiştir. Öğrenci cevaplarında ise yapılan hatalar yöntemsel veya kavramsal hatalar olmak üzere temalara ayrılmıştır. Öğrenci cevapları yalnızca doğru ya da yanlış olarak incelenmemiş, yanlış cevapların kavramsal hatalardan mı yoksa yöntemsel hatalarından mı kaynaklandığı da incelenmiştir. Örneğin, öğrencilerin cevabı şekille açıklaması veya herhangi bir gerekçe gösterebilmesi de dikkate alınmıştır. Analiz betimsel yollarla gerçekleştirilmiş ve değişik türdeki sorularda öğrenci cevaplarının genel durumu tanımlayıcı istatistikler (yüzde ve frekans) kullanılarak analiz edilmiştir.

Araştırmaya katılan toplam 256 öğrencinin açılarla ilgili bilgisini ölçen sorular, verilerin analizi öncesinde matematik eğitiminde uzman olan iki yazar tarafından ayrı ayrı okunarak puanlandırılmıştır. Farklı puanlayıcıların birbirinden bağımsız olarak her bir öğrenciye aynı puanı verme tutarlılıklarının derecesine *puanlayıcılar-arası güvenirlilik* adı verilir (Tabachnick ve Fidel, 2007). Puanlayıcılar arasında çıkan anlaşmazlıklar tekrar gözden geçirilerek tartışılmış ve fikir birliğine varılarak %100 uzlaşma sağlanmıştır.

## 3. Bulgular

Bu bölümde ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin açılarla ilgili değişik soru türlerindeki cevaplarının analizinden elde edilen bulgular yer almaktadır. Bu doğrultuda, öğrencilerin cevapları kategorilere ayrılarak frekans ve yüzde değerleri sunulmuştur. Ayrıca çalışmanın bulguları kategorileri temsil eden öğrenci cevaplarının görselleriyle desteklenmiştir. Bu şekilde öğrencilerin açılar konusundaki hatalarıyla ilgili bir betimleme yapılmıştır.

### **3.1 Açılarla İlgili Bilgi Düzeyi Soruları (Açı Çeşitlerinin Tanımlaması ve Sınıflandırılması Soruları)**

Açılarla ilgili bilgi düzeyi soruları olan açılarının sınıflandırılması ve tanımlanması sorularında öğrenci düşünce biçimlerinde ve soruyu doğru cevaplama oranlarında büyük farklılıklar görülmüştür (Tablo 1). Tablo 1’de görüldüğü gibi 256 öğrenciden yalnızca 27’si açı ve açı çeşitlerini tanımlama sorusuna doğru cevaplar vermiştir. Diğer öğrencilerin cevapları eksik veya hatalı bulunmuştur. Bu soruda kavramların tanımlanmasında öğrencilerin oldukça zorlandıkları ve tanım yerine kalıp sözcükleri tercih ettikleri saptanmıştır. Bu sonuç öğrencilerin tanım yapmakta oldukça zorlandıklarının bir göstergesi olabilir.

Açıların sınıflandırılması sorusunda yine zorluklarla karşılaşılsa da bu soruda öğrencilerin daha iyi bir performans sergilediği gözlenmiştir. Tablo 1’de görüldüğü gibi, 256 öğrenciden 129’u açıların sınıflandırılması sorusuna doğru cevap vermiştir. Öğrencilerin bu soruda yaptıkları hatalar arasında özellikle 0 dereceyi sınıflandıramama ve tümler ve bütünler açıların ölçülerini karıştırma ve işlem hatası yapma gibi hatalara oldukça sık rastlanmıştır. Öğrenciler bu soruyu genelde ya doğru yapma ya da tamamen boş bırakma eğilimi göstermişlerdir. Açılarının sınıflandırılmasında tablonun doldurulması ve tek kelimelik cevaplar öğrencilerin çağrışım yoluyla veya çok anlamadan da olsa doğru cevabı verebildiklerini, fakat tanımlama konusunda zayıf kaldıklarını göstermiştir.

Bazı öğrenciler tümler açıları “90 derece”, bütünler açıları ise “180 derece” olarak tanımlamışlar ve özellikle ters açılar tanımını boş bırakmışlardır. Ters açı tanımında sıklıkla karşılaşılan cevaplardan bazıları aşağıdaki gibidir: “ters açı bir doğru parçasının en altından geriye (tersine) doğru çizilen doğrudur” veya “birbiriyle kesişmeyen açılardır”, ve “paralel doğruların oluşturduğu açıların ölçülerinin eşit olması.”

**Tablo 1. Açı çeşitlerinde öğrenci cevapları (N=256)**

	Doğru	Eksik/hatalı
<b>Açı Çeşitlerinin Tanımlanması</b>	27	239
<b>Açı Çeşitlerinin Sınıflandırılması</b>	129	127

### **3.2. Açılar ile ilgili Uygulama Sorusu**

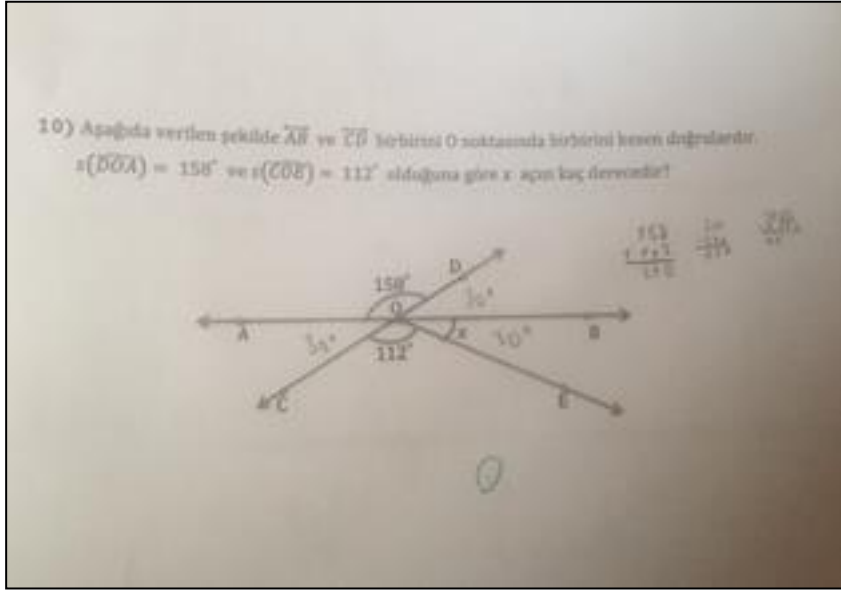
Benzer şekilde, uygulama sorusunda öğrencilerin soruyu doğru cevaplama oranı çok yüksek değildir. Tablo 2’de sunulduğu gibi 256 öğrenciden yalnızca 58’i bu soruyu doğru cevaplayabilmiştir. Verilen 198 yanlış cevap incelendiğinde, yalnızca 3 öğrencinin işlem hatası kaynaklı yanlış cevap verdiği saptanmıştır. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun kavramsal düzeydeki hataları nedeniyle yanlış cevap verdikleri gözlenmiştir. Bu yanlışlar arasında sık görülenlerden biri öğrencilerin doğrusal açının 180 derece olduğunu anlayamaması, verilen şekildeki ters açıların varlığını tespit edememesi veya boş bırakılan açı ölçülerinin birbirine eşit olduğunu düşünmeleri gibi sıralanabilir.

**Tablo 2. Uygulama sorusu öğrenci cevapları**

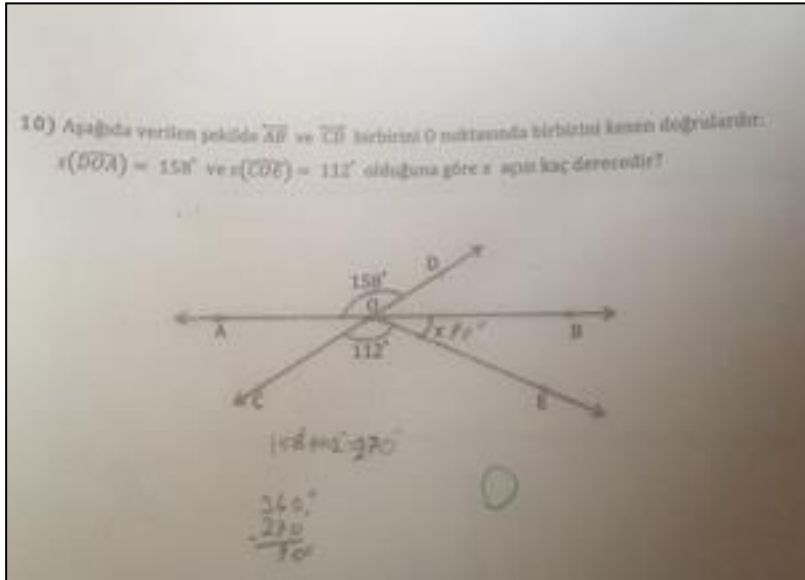
Öğrenci Sayısı	Doğru	Hatalı
256	58	198



Öğrencilerin kavramlaştırmalarını temsil eden en sık yapılan hatalara örnekler Şekil 2 ve Şekil 3'te gösterilmiştir. İki örnek de öğrencilerin bu soruda işlem hatası değil kavramsal yanlışlara düştüğünü göstermektedir.



Şekil 2. Bilinmeyen Açıların Eşit Olarak Düşünüldüğü Öğrenci Cevabı



Şekil 3. Tam Açı Bilgi Eksikliğine İlişkin Öğrenci Cevabı

### 3.3. Açılarla İlgili Değerlendirme Sorusu (Ters Açı Sorusu)

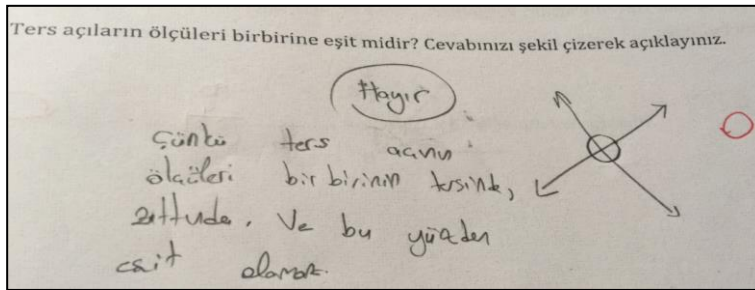
Ters açılarla ilgili soru diğer sorulardan daha ayırt edici özellikte olup öğrencilerin muhakeme yeteneğini de ölçmektedir. Bu soruda işlemsel çözüme ek olarak öğrencilerden bilgi düzeyinin ilerisine geçerek ters açıların birbirlerine neden eşit olduğunu şekille açıklamaları istenmiştir. Cevaplar analiz edildiğinde ters açılarının eşit olmadığını belirten öğrencilerin oranının oldukça yüksek olduğu gözlenmiştir (öğrencilerin yaklaşık %50'si). Tablo 3'te görüldüğü gibi ters açılarının eşit olduğunu doğru olarak belirten öğrenciler arasında açıklamayı doğru şekil çizerek yapan

öğrencilerin sayısı 60'tır. 74 öğrenci ters açılarının ölçülerinin birbirlerine eşit olduğunu belirtmiş fakat cevabı yanlış şekiller çizerek açıklamışlardır.

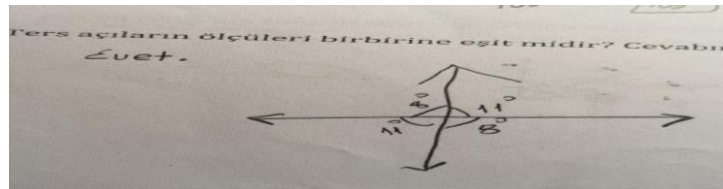
**Tablo 3. Üst Düzey ve Açıklama Gerektiren Soru-Ters Açılar Öğrenci Cevapları**

Cevap	Frekans ve Yüzde Dağılımı	
"Ters açılar eşittir"	Doğru şekil ve açıklama (N=60) %23	Yanlış şekil çizme veya hiç şekil çizememe (N=74) %29
"Ters açılar eşit değildir"	(N=122) %48	

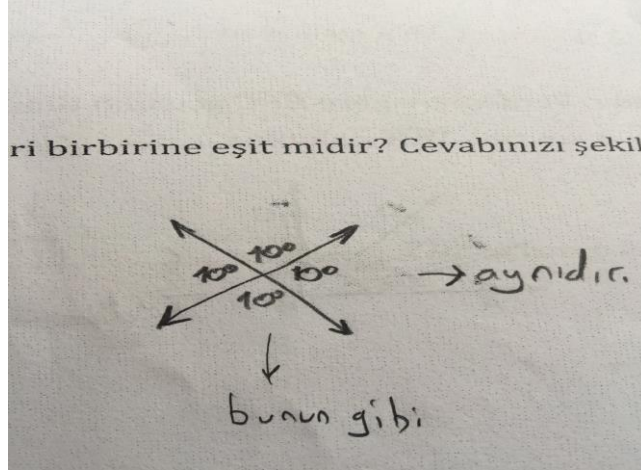
Toplamda 196 öğrencinin istenen düzeyde cevap veremediği ortaya konmuştur. Ters açılarının eşit olduğunu yanlış şekil çizerek gösterenler tam açının 360 derece olacağını hesaba katmamış veya sadece eşittir diyerek bırakıp şekil çizememiştir. 60 öğrenci doğru cevabı vermiş olsa da genel olarak açıklamaları istenen düzeyde bulunmamıştır. Yanlış cevaplara örnek olarak aşağıdaki şekiller sunulmuştur (Şekil 4, 5, ve 6). Özel olarak, Şekil 5 ve 6'da gösterilen öğrenci cevaplarında öğrencilerin ters açılarla ilgili anlamlı olmayan şekiller çizdikleri ve ters açı kavramı ile tam açı kavramı arasındaki ilişkiyi anlamada güçlük çektikleri gözlenmiştir.



**Şekil 4. Öğrenci Cevabı: "Ters açılar eşit değildir."**

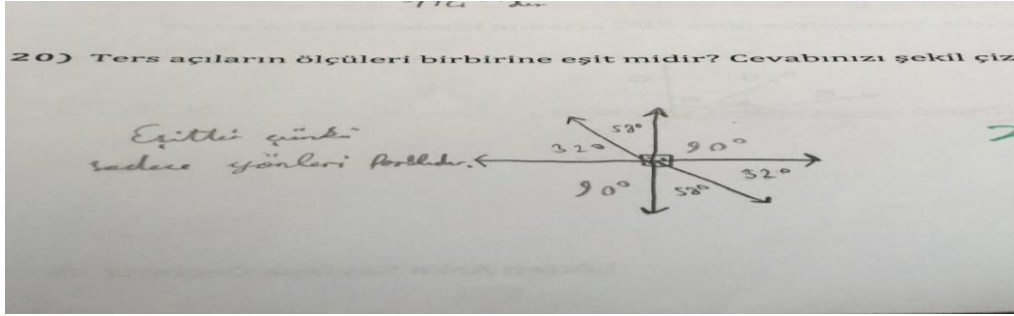


**Şekil 5. Tutarsız Şekil Çizimi**

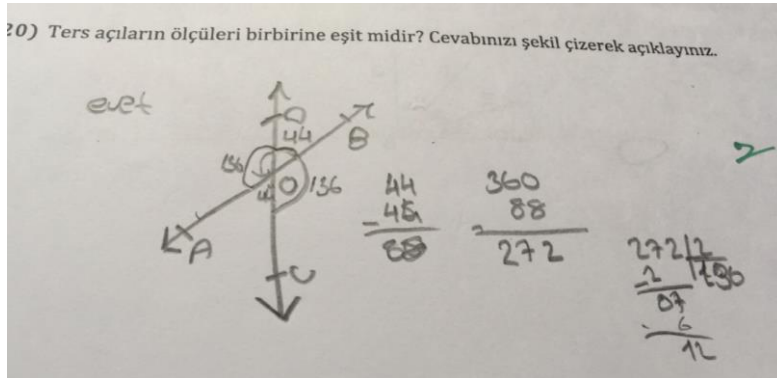


Şekil 6. Ters Açılarla İlgili Tutarsız Şekil Çizimi

Tam olarak ispat sorusu olmamasına rağmen öğrencilerin açı ölçülerini genel olarak rast gele belirttiği gözlenmiştir. 256 öğrenciden yalnızca birkaç tanesi ters açılarının tam olarak neden eş olduğunu açıklayabilmişlerdir (Şekil 7 ve Şekil 8).



Şekil 7. Öğrenci Doğru Cevabı ve İşleme Gösterimi



Şekil 8. Öğrenci Doğru Cevabı ve Açıklaması

#### **4. Tartışma ve Sonuç**

Bu araştırma, ortaokul öğrencilerinin açılarla ilgili sorulara verdikleri cevaplarının incelenmesi ve hatalarının ortaya konması amacıyla gerçekleştirilmiştir. Eğitimsel bakış açısıyla, yapılan incelemelerde, öğrencilerin Bloom Taksonomisi'nin bilişsel düzeylerine göre sınıflandırılmış açık uçlu açılarla ilgili sorularda genel olarak düşük performans sergilediği ortaya konulmuştur.

Bunun yanı sıra araştırmaya katılan öğrencilerin özellikle de tanımlama ve muhakeme becerisi gerektiren sorularda zorlandıkları gözlenmiştir. Bilgi düzeyi olarak kabul edilen iki soruda (Şekil 1. 1a ve 1b) öğrencilerin gösterdikleri farklı performanslar oldukça dikkat çekicidir. Açıların çeşitlerinin sınıflandırılması sorusunda tablo doldurarak doğru cevaplar veren öğrenciler benzer kavramların tanımlanması istenildiğinde eksik ve hatalı cevaplar vermişlerdir. Bu durum yani öğrencilerin yalnızca üst düzey bilişsel beceri gerektiren sorularda değil aynı zamanda sadece tanım yapmaları gereken sorularda da zorlanmış olmaları düşündürücüdür. Öğrencilerin geometrik kavramların temel tanımlarına aşına olmaları teşvik edilmelidir. Ülkemizde kısa cevaplı ölçme ve değerlendirme sorularının özellikle çoktan seçmeli testlerin yaygın olarak kullanıldığı düşünüldüğünde, öğrenci cevaplarındaki zayıflıklar ve eksiklikler şaşırtıcı değildir. Yapılan önceki araştırmalar dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak düşük bilişsel düzeyde sorulara alışık olmaları ve özellikle de değerlendirme becerisi gerektiren sorularda zorlanmaları da beklenen bir sonuçtur. Ulaşılan sonuçlar, bu konuda yapılmış olan farklı çalışmaların (Güler, Özdemir ve Dikici, 2012) sonuçlarını destekler niteliktedir.

Araştırma kapsamında yer alan ters açılarla ilgili soru, bilgiyi ölçerken şekille açıklama gerektirdiği için öğrencileri en çok zorlayan soru olmuştur. Öğrenciler açıklama olarak şekil çizmiş, ancak bu şeklin geometrik sistemde tutarlı olmasına dikkat etmemişlerdir. Örneğin, doğrusal açının ölçüsünün 180 derece olması gibi kuralları yok sayarak şekil çizmişlerdir. Öğrenci cevaplarındaki bu gösterimler öğrencilerin açı çizme ile ilgili deneyimlerinin azlığı ile ilgili olabilir. Açılarla ilgili geçmiş araştırmalar göz önüne alındığında, özellikle Yılmaz ve Nasibov (2012) tarafından ortaya konulan öğrenci kavram yanılgıları ile benzer bulgular ortaya çıkmıştır. Ortak olarak, öğrencilerin geometriyi ezberleyerek değil tanımlamalar ve/veya ispat yaparak öğrenmeleri gerektiği gerçeğine vurgu yapılmaktadır.

Araştırmaya katılan öğrencilerin verilen soruları anlamlı şekilde cevaplandırmada oldukça zorlandıkları gözlenmiştir. Bu doğrultuda, öğrencilerin farklı tiplerdeki sorulara verdikleri cevaplar arasındaki farklılıklar dikkat çekmektedir. Örneğin, açılarla ilgili sınıflandırma sorularında öğrenciler genel olarak doğru cevaplar verebilmiştir. Ancak, üst düzey bilgi ve beceri gerektiren ve kuralların anlamlı şekilde uygulanmasını hedefleyen sorularda öğrencilerin başarılarının özellikle düşük olduğu görülmüştür. Araştırmanın bulguları, öğretmenlerin öğrencileri değerlendirirken kısa cevaplı soruların yanında açık uçlu, tanım ve açıklama gerektiren sorulara yer vermeleri gerektiğini ortaya koymaktadır. Öğretmenler, örneğin, – “Ters açılar ölçüleri birbirine eşittir” ifadesi doğru mudur? Cevabınızı nedenleriyle açıklayınız. – şeklinde sorular yönelterek öğrencilerin kavramsal bilgilerinin gelişmesine destek olabilirler. Bunun için de öğretmenlerin bilişsel düzey bakımından değişik yeterlilik gerektiren soruları tanımları ve analiz veya sentez yapmaya odaklanan sorulara daha fazla yoğunlaşmaları gerekmektedir. Program geliştirme uzmanları değişik bilgi seviyesindeki soruları dikkate almalıdır. Bu doğrultuda matematik öğretim programları ve bu programlarda yer alan hedef kazanımlarının niteliği de yeniden gözden geçirilmelidir. Örneğin, açı çizme ve açılarla ilgili somut deneyimlere yönelik hedef kazanımlar eklenebilir. Bunun yanı sıra, öğretmenlerin derslerde

tanım ve ispat yapma konularına daha çok yer vermelerini destekleyici nitelikte öğretim materyalleri hazırlanabilir (ör., teknoloji destekli etkinlikler). Matematik öğretmenlerinin, örneğin, Geometry Sketchpad programı kullanarak öğretim materyali hazırlama ile ilgili mesleki gelişim programlarına katılmaları teşvik edilebilir. Ayrıca, yapılacak olan araştırmalarda farklı sınıf düzeylerinde (ör., 7. sınıf ve 8. sınıf) örneklem seçilerek boylamsal çalışmalar yürütülebilir ve öğrencilerin açı kavramına ilişkin zorluklarına dair ilişkisel ve/veya gelişimsel örüntüler ortaya çıkarılabilir.

## Kaynaklar

- Anderson, L.W. (Ed.), Krathwohl, D. R. (Ed.), Airasian, P.W., Cruikshank, K. A., Mayer, R. E., Pintrich, P. R., Raths, J., & Wittrock, M. C. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's Taxonomy of educational objectives*. New York: Longman
- Bartolini Bussi, M. G., & Baccaglioni-Frank, A. (2015). Geometry in early years: sowing seeds for a mathematical definition of squares and rectangles. *ZDM*, 47(3), 391-405.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8 sınıflar)* (2. Baskı). Ankara: Pegem A. Yayıncılık.
- Bloom, B. S. (1956). Taxonomy of educational objectives, the classification of educational goals, *handbook I: Cognitive domain*. New York, NY: David McKay Company.
- Bütüner, S. O., & Gür, H. (2008). Açılar ve üçgenler konusunun anlamlı öğrenme araçlarından v diyagramları ve zihin haritaları kullanılarak öğretimi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 2 (1), 1-18.
- Casas-García, L. M., & Luengo-González, R. (2013). The study of the pupil's cognitive structure: the concept of angle. *European Journal of Psychology of Education*, 28(2), 373-398.
- Clements, D. H., & Battista, M.T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York, NY: Macmillan.
- Clements, D. H., Battista, M. T., & Sarama, J. (1998). Development of geometric and measurement ideas. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 201-225). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Clements, D.H. & Burns, B.A. (2000). Students' development of strategies for turn and angle measure. *Educational Studies in Mathematics*, 41(1), 31-45.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge.
- Dane, A., & Başkurt, H. (2012). İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin nokta, doğru ve düzlem kavramlarını algılama düzeyleri ve kavram yanlışları. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(2), 81 -100.
- Dane, A., Gökmen, A., Duygun, B., & Vural, S. (2016). Secondary school students' understanding level of basic geometric concepts on plane. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 5 (3), 1-11.

- Doyuran, G. (2014). Ortaokul öğrencilerinin temel geometri konularında sahip oldukları kavram yanılgıları. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Erbay, H. N. (2016). 6. Sınıf öğrencilerinin açılar konusundaki kavram bilgilerinin incelenmesi. *Akademik Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 4(36), 704-718.
- Fidan Y., & Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 185-197.
- Göksu, F. C. & Köksal, N. (2016). Doğrular, açılar ve çokgenler konularının kavram karikatür destekli yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre işlenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi-Journal of Qualitative Research in Education*, 4(3), 68-91 [Online] [www.enadonline.com](http://www.enadonline.com), DOI :10.14689/issn.2148-2624.1.4c3s4m
- Güler, G., Özdemir, E., & Dikici, R. (2012). İlköğretim matematik öğretmenlerinin sınav soruları ile SBS matematik sorularının Bloom Taksonomisi'ne göre karşılaştırmalı analizi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 39-57.
- Henderson, D. W., & Kieran, C. (2005). *Experiencing geometry: Euclidean and non- Euclidean with history* (3rd ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-404). Charlotte, NC: Information Age.
- İncikabı, L. (2011a). The coherence of the curriculum, textbooks and placement examinations in geometry education: How reform in Turkey brings balance to the classroom. *Education as Change*, 15(2), 239-255.
- İncikabı, L. (2011b). After the educational reform: An analysis of geometry content in the Turkish mathematics textbooks. *International Journal of Euroasia Social Sciences*, 2(5), 38-54.
- Krathwohl, D. R. (2002). A revision of Bloom's Taxonomy: An overview. *Theory Into Practice*, 41(4), 212-264.
- MEB (2013). *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)* <http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72> adresinden alınmıştır (24 Ekim 2015).
- Mitchelmore, M. C. (1997). Children's informal knowledge of physical angle situations. *Cognition and Instruction*, 7(1), 1-19.
- Moore, K. C. (2013). Making sense by measuring arcs: A teaching experiment in angle measure. *Educational Studies in Mathematics*, 83(2), 225-245.
- National Council of Teachers of Mathematics-NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common core state standards in mathematics*. Washington DC: Author.
- Owens, K., & Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. In A. Gutierrez & P.Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 83-116). Sense Publishers.
- Ralph, E. G. (1999). Oral questioning skills of novice teachers: Any questions? *Journal of Instructional Psychology*, 26(4), 286.
- Smith, C.P., King, B., & Hoyte, J. (2014). Learning angles through movement: Critical actions for developing understanding in an embodied activity. *The Journal of Mathematical Behavior*, 36, 95-108.
- Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (2007). *Using multivariate statistics*. Boston: Pearson/Allyn & Bacon.
- Tan-Şişman, G., & Aksu, M. (2016). A study on sixth grade students' misconceptions and errors in spatial measurement: Length, area, and volume. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(7), 1293-1319.
- TTKB (2013). Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8.sınıflar) öğretimi programı. Ankara: MEB.
- Tuluk, G. (2014). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Nokta, Çizgi, Yüzey ve Uzay Bilgileri ve Çoklu Temsilleri, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(1), 361- 384.
- Ubuz, B., & Üstün, I. (2003). Figural and conceptual aspects in identifying polygons. Proceedings of the 27th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 1, p. 328, USA.
- White, P., & Mitchelmore, M. C. (2010). Teaching for abstraction: A model. *Mathematical Thinking and Learning*, 12, 205-226.
- Yenilmez, K., & Korkmaz, D. (2013). Relationship between 6th, 7th and 8th grade students' self-efficacy towards geometry and their geometric thinking levels. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, 7(2), 268-283.
- Yenilmez, K., & Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanlışları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21 (2), 461-483.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yılmaz, S., & Nasibov, F.H. (2012). 7. Sınıf öğrencilerinin aynı düzlemdeki üç doğrunun oluşturduğu açılar ile ilgili hata ve kavram yanlışları türleri. Uluslararası Fen Bilgisi ve Matematik Eğitimi Konferansı [UFBMEK], Haziran 27-30, Niğde Üniversitesi, Niğde.

## **Extended Summary**

### **1. Introduction**

The concept of angles is one of the fundamental concepts in the learning of geometry (Clements & Burns, 2000). In order to have a complete understanding of geometry, students need to understand the concept of angles and develop skills in measuring angles (Erbay, 2016). Students who have a difficulty in understanding angles also experience difficulties in other topics of geometry (Moore, 2013). The purpose of this study is to investigate 6th grade students' mistakes in solving questions about the concept of angles and share findings with teachers and other researchers. The current study is significant as it includes open-ended items about angles with a focus on student mistakes in the context of the Turkish mathematics curriculum.

### **2. Method**

This study was conducted during the 2014-2015 Spring semester in two different schools in a district in İstanbul. In total 256 students from different 6<sup>th</sup> grade classes participated in the study. An assessment form consisted of open-ended items related to angles was developed by the authors and validated by expert opinions. The authors scored and compared student answers and agreed completely. In order to assess students' thinking related to the concept of angles at different levels and determine their mistakes, some of the questions were selected for further analysis based on the Bloom's taxonomy: Definition of angle concepts, categorization of angles, application question about complementary angles, evaluation question related to vertical angles.

### **3. Findings, Discussion and Results**

There was a dramatic difference in student performance and thinking in two different angle questions which were both at the lower levels of Bloom's taxonomy and were knowledge-related: the categorization and definition of angles. Although about half of the students were able to categorize angles correctly, only 27 out of 256 students were able to provide correct definitions related to angles. Other student answers were either incomplete or wrong. It was observed that many students failed to provide a definition and instead gave answers in the form of memorized words/phrases and properties related to the concepts, such as "vertical angles are equal" or "a complementary angle is 180 degrees." This result is an indication of how difficult it is to define a concept for students.

Although students still experienced difficulties in the categorization of angles, they performed better in this item compared to others. 129 students out of 256 were able to categorize angles correctly. Common mistakes in this question involved not being able to categorize the 0 degree angle, and mixing the names of complementary and supplementary angles as well as mistakes in operations in finding the complementary and supplementary angles. In general students tended to skip answering the question or answer correctly. The students were asked to fill in the blanks in a table as answers, which were one-word and did not necessarily require deep understanding of the angle concepts. With regards to the application question, only 58 students were able to correctly solve the question. When 198 incorrect answers were observed, only 3 of them seemed to be as a result of calculation mistakes. Clearly, a majority of students failed to answer the question due to conceptual mistakes such as not being able to recognize complementary angles or straight angles in the given figure.

Different and more challenging than the other items, the vertical angles question required students' evaluation skills. In this question, in addition to the knowledge of vertical angle measure,



the students were asked to explain their answers by a figure. A large percent of the students, nearly half of them, reported that vertical angles did not have equal measures. Among students who were able to answer that vertical angles had equal measures, only 60 of them were able to correctly draw the vertical angle shape. 74 students were able to report that vertical angles had equal measures but explained their reasoning in shapes that were not consistent or correct.

It was observed that students in general had a low performance across different items but especially had difficulties in questions requiring definitions and evaluation of a statement. The difference in student performance in two questions at the knowledge level (Figure 1a, 1b) was worth noticing. Students who were able to fill the table correctly in categorizing different types of angles failed to define those angle types that were similar to the previous question. It is also concerning that students not only had difficulties in high level questions but also lower level, like the application question. Given that in general classroom assessments involves short answer or multiple-choice items in Turkey, students' low level performance in open-ended items are not surprising.

The results of this study imply that mathematics teachers should be aware of the need to assess their students via open-ended items which require students to provide definitions of the concepts and explain reasoning behind rules and procedures, in addition to multiple choice test items or other types of assessment. This requires that teachers should be knowledgeable about different types of assessment questions, which requires different levels of cognitive demand. Another implication is considering a deep analysis of the quality of objectives and the design of the curriculum at this level. A lack of focus related to the concrete experience of angles and a lack of tradition on providing and reasoning in geometry could also be reasons for students' difficulties in their understanding of angles.

**Araştırma makalesi:** Taylan, R. D. ve Aydın, U. (2018). Altıncı sınıf öğrencilerinin açılar konusundaki hatalarının incelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 20(1), 33-49.